

ВЫЯВЛЕНИЕ ДИНАМИКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ ВУЗА ПО СТАТИСТИЧЕСКИМ ДАННЫМ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Куликова О.В.¹, Поповский Э.Е.¹, Филиппова Е.Г.¹

¹ФБГОУ ВПО «Уральский государственный университет путей сообщения», Екатеринбург, Россия (620034, г. Екатеринбург, ул. Колмогорова, 66), e-mail: kulikova1000@rambler.ru

Представлен сравнительный анализ результатов диагностики уровня математической подготовки в группе студентов, полученных при выполнении ими учебных заданий на завершающих этапах изучения математики в школе и в вузе. Исследование динамики значений показателей, характеризующих освоение математических знаний и умений, осуществлялось путем соотнесения учебных достижений студентов, проявленных ими при прохождении федерального интернет-экзамена в сфере профессионального образования (ФЭПО) по дисциплине «Математика», с успешностью решения ими задач, входящих в работу единого государственного экзамена (ЕГЭ) по математике. Выявление вероятностных закономерностей проводилось методами математической статистики с помощью проверки статистических гипотез. Динамика уровня математической подготовки за непродолжительный промежуток времени определялась при использовании измерительных шкал с небольшим количеством градаций.

Ключевые слова: математическая подготовка, единый государственный экзамен (ЕГЭ), федеральный интернет-экзамен в сфере профессионального образования (ФЭПО), статистические данные, шкала измерения.

DYNAMICS OF MATHEMATICAL TRAINING OF UNIVERSITY STUDENT AND ITS IDENTIFICATION ON THE BASIS STATISTICAL DATA IN DAGOGICAL RESEARCH

Kulikova O.V.¹, Popovsky E.E.¹, Filippova E.G.¹

¹Ural State University of Railway Transport, Ekaterinburg, Russia (620034, Ekaterinburg, Kolmogorova st. 66), e-mail: kulikova1000@rambler.ru

A comparative analysis of the diagnosis of the level of mathematical training in a group of students learned as a result of learning tasks in the final stages of studying mathematics at school and at university. Study of the dynamics of values of indicators characterizing the development of mathematical knowledge and skills performed by correlating the academic achievement of students, they have shown during the passage of the federal online exam in professional education (FEPE) on the subject "Mathematics", with the successful solution of the exercises in the unified state examination (USE) in mathematics. Formulates the statistical hypotheses about the probability regularity and are checked with the help of methods of mathematical statistics. Changes in the level of mathematical training in a short period of time determined using measuring scales with a small number of gradations.

Key words: mathematical training unified state exam (USE), federal online exam in professional education (FEPE), statistics data, measurement scale.

Изучение курса математики студентами, планирующими получение высшего технического или экономического образования – это, прежде всего, приобщение к многовековой культуре мыслительной и творческой деятельности человечества. Решение многих современных проблем, направленных на совершенствование технических и экономических систем, связано с умением человека эффективно использовать методы математического моделирования в своей профессиональной деятельности. Основой целесообразного применения инженерами и экономистами абстрактных моделей для адекватного отображения объективной действительности выступает содержание их математической подготовки, сформированной в процессе обучения в школе и в вузе. Информация о знаниях и умениях решать математические задачи различной тематики и степени сложности выпускниками школ и студентами

вузов может быть получена в процессе выполнения ими системы дидактических заданий, которая отражает структуру и содержание программы освоения школьного и вузовского курса математики. Своевременное получение этих сведений крайне необходимо для оптимального проектирования стратегии комплектования методического и дидактического сопровождения учебного процесса.

Степень освоения запланированного объема учебного материала можно охарактеризовать количественными и качественными показателями. Выявление динамики математической подготовки определенного контингента обучающихся осуществляется путем сравнения количественных и качественных показателей, измеренных одним и тем же инструментом в разные моменты времени. В настоящее время в отечественной системе образования получили широкое распространение такие диагностические процедуры, как единый государственный экзамен (ЕГЭ) и федеральный интернет-экзамен в сфере высшего профессионального образования (ФЭПО). Они проводятся соответственно федеральным институтом педагогических измерений (ФИПИ) и институтом мониторинга качества образования с целью аттестации умений обучающихся выполнять определенный объем заданий за ограниченный промежуток времени. Каждое из этих мероприятий использует стобалльную измерительную шкалу, поэтому становится возможным сравнение результатов ЕГЭ и ФЭПО [1; 7; 9].

Количественным показателем успешности выполнения системы заданий ЕГЭ выступает такая величина, как процент правильно выполненного объема предусмотренной аттестационной работы. Необходимо отметить, что максимально возможное количество баллов, которое выставляется за правильное решение заданий, значительно меньше ста. Перевод первичных баллов в оценку, измеряемую шкалой, имеющей размах сто баллов, производится с учетом успешности решения аттестационной работы всеми проходящими тестирование.

Выполнение студентом заданий ФЭПО оценивается не только по интервальной шкале от 0 до 100, но и по бинарной шкале «0» и «1» («не успешное освоение дисциплины» или «успешное освоение дисциплины»). Согласно принятой модели аттестации студента его результат фиксируется двумя показателями: процентом правильно решенных тестовых заданий и комбинацией цифр 0 и 1, отражающей структуру освоения дидактических единиц (ДЕ) в педагогических измерительных материалах [6]. Понятие «дидактическая единица» (ДЕ) рассматривается в зависимости от выделенных акцентов или как раздел, или как тема, поэтому носит относительный характер. Содержание дисциплины вследствие этого распределяется на различное количество частей, или ДЕ. Критерием освоения студентом ДЕ выступает правильное выполнение половины тестовых заданий, которые в нее входят, а критерием освоения дисциплины – освоение всех ДЕ, которые представлены в дидактическом тесте.

Если правильное выполнение половины заданий из каждой представленной в тесте ДЕ рассматривать как минимальный показатель успешного прохождения ФЭПО (50% выполненной работы, или стоимостью в 50 баллов), то число 50 в этом случае выступает некоторым рубежом, который отделяет отрицательный и положительный результат друг от друга. Эта ситуация приводит к образованию бинарно-интервальной или дихотомической шкалы, имеющей следующую градацию: «0» – от 0 до 50 баллов и «1» – от 51 до 100 баллов. Учитывая, что сравниваются результаты на выходе с результатами на входе, представляется целесообразным использовать в проводимом исследовании дихотомическую шкалу. Соотношение количественных и качественных показателей математической подготовки представлено в таблице 1.

Таблица 1

Характеристики уровней математической подготовки

Уровень		Баллы	Содержание математики	
			Школьный курс	Вузовский курс
1	Диффузно-рассеянное освоение знаний и умений	0–50	Элементарная математика; основы математического анализа; алгебраические и тригонометрические преобразования; основы геометрии и стереометрии; основы математического моделирования [7]	Дифференциальное и интегральное исчисление; теория дифференциальных уравнений и рядов; линейная и векторная алгебра; теория вероятностей, математическая статистика и математическое моделирование [9]
2	Системное освоение знаний и умений	51–100		

Выявление тенденции уровня математической подготовки студентов может осуществляться через проверку основной H_0 и конкурирующей H_1 статистических гипотез о динамике результатов ФЭПО относительно результатов ЕГЭ [5; 8]. Принятие H_0 или H_1 устанавливается при сравнении наблюдаемого и критического значений статистического критерия. Расчет наблюдаемого значения критерия осуществляется с помощью величины n_{ij} , которая является частотой двумерного распределения выборки EF объема N (E – результаты ЕГЭ, F – результаты ФЭПО, N – количество студентов, чьи результаты вошли в выборку EF). Если $i = j$, то n_{ij} – это количество студентов, которые сохранили начальный уровень математической подготовки. Если $i < j$, то n_{ij} – это количество студентов, которые повысили начальный уровень математической подготовки, а если $i > j$, то n_{ij} – это количество студентов, которые понизили начальный уровень математической подготовки. Все величины n_{ij} , на которые распределяются выборочные данные, фиксируются в таблицах размером 2×2 (таблица 2).

Таблица 2

Распределения выборки EF

Выборка EF	$E \backslash F$	Результат аттестации		Σ
		0–50	51–100	
Результат аттестации	0–50	n_{11}	n_{12}	N_{1j}
	51–100	n_{21}	n_{22}	N_{2j}
	Σ	N_{i1}	N_{i2}	N

Определение динамики математической подготовки студентов при использовании дихотомической шкалы проводится с помощью статистического метода «критерий Макнамары» [2; 4], который основан на биномиальном распределении, когда вероятность p равна $1/2$ благоприятного исхода в однократном испытании. Этот метод предназначен для сравнения двух эмпирических распределений (в нашем случае это E и F), которые получены в ходе измерения исследуемого свойства у одних и тех же субъектов, но в разные моменты времени. Результаты измерений у каждого субъекта представляются в виде пары чисел $(e_i; f_i)$, где e_i и f_i – это уровень математической подготовки i -го студента на входе и выходе изучения вузовского курса математики. Каждой паре условно присваивается одно из направлений динамики: положительная ($e_i < f_i$); отрицательная ($e_i > f_i$); нулевая ($e_i = f_i$). Количество пар, имеющих положительную динамику ($D\uparrow$), обозначается как n_{12} , а количество пар с отрицательной динамикой ($D\downarrow$) как n_{21} . Количество пар с нулевой динамикой (НД) рассматривается как разность N и n , где $n = n_{12} + n_{21}$.

Принимая во внимание, что объем времени, отводимый на изучение дисциплины «Математика», на разных специальностях и направлениях подготовки существенно отличается, представляется целесообразным рассматривать группы студентов, в которых имеет место разная продолжительность освоения вузовского курса математики, определяемая государственным образовательным стандартом. В нашем исследовании выборочная совокупность эмпирических данных формируется случайным образом из общей базы результатов педагогических измерений математической подготовки студентов УрГУПС, изучающих математику три и четыре семестра. Применение математического аппарата обуславливает введение следующих обозначений: $E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}$ – совокупность результатов диагностики на входе и выходе освоения вузовского курса математики студентами, изучающими дисциплину «Математика» три семестра (первый, второй и третий); $E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}$ – совокупность результатов диагностики на входе и выходе освоения вузовского курса математики студентами, изучающими дисциплину «Математика» четыре семестра (первый, второй, третий и четвертый). Диагностика на входе E_{2010}^{1-3} и E_{2010}^{1-4} – это результаты ЕГЭ по математике студентов, поступивших в вуз в 2010 г. на специальности, по которым предусмотрено изучение дисциплины «Математика» соответственно три и четыре семестра. Диагностика на выходе F_{2011}^{1-3} и F_{2012}^{1-4} –

это результаты ФЭПО по математике студентов, результаты которых образовали соответственно совокупности E_{2010}^{1-3} и E_{2010}^{1-4} . Объемы выборок $E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}$ и $E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}$ равны 163 и 137, а их распределения представлены в таблице 3.

Таблица 3

Распределения выборок $E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}$ и $E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}$

E_{2010}^{1-3}		F_{2011}^{1-3}		Σ	E_{2010}^{1-4}		F_{2012}^{1-4}		Σ
		0–50	51–100				0–50	51–100	
Баллы	0–50	63	30	93	Баллы	0–50	42	17	59
	51–100	33	37	70		51–100	26	52	78
Σ		96	67	163	Σ		68	69	137

Содержание основной гипотезы H_0 определяется величиной, имеющей наибольшее значение из совокупности $\{n_{12}; n_{21}; N-n\}$. Относительно выборок $E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}$ и $E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}$ формулируется H_0 о том, что нет динамики математической подготовки студентов (НД), так как $N-n$ больше и n_{12} и n_{21} , а в конкурирующей гипотезе H_1 фиксируется предположение о том, что имеет место отрицательная динамика математической подготовки студентов (Д↓), так как n_{21} больше n_{12} (таблица 4).

Таблица 4

Показатели проверки гипотез о динамике распределений $E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}$ и $E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}$

Выборка	n_{12}	n_{21}	n	$N-n$	H_0	H_1	$M_{\text{набл}}(n_{ij})$	$M_{\text{кр}}(0,05)$
$E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}$	30	33	63	100	НД	Д↓	0,14	3,84 [3]
$E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}$	17	26	43	94	НД	Д↓	1,88	3,84 [3]

Проверка гипотез H_0 и H_1 осуществляется на уровне значимости $\alpha = 0,05$. Гипотеза H_0 принимается на уровне значимости α , если выполняется неравенство

$$M_{\text{набл}}(n_{ij}) < M_{\text{кр}}(\alpha), \quad (1)$$

где $M_{\text{набл}}(n_{ij})$ – наблюдаемое значение критерия Макнамары, $M_{\text{кр}}(\alpha)$ – критическое значение критерия Макнамары на уровне значимости α .

Если $n > 20$, тогда значения $M_{\text{набл}}(n_{ij})$ и $M_{\text{кр}}(\alpha)$ рассматриваются как квантили на уровне значимости α , и их расчет производится по формулам

$$M_{\text{набл}}(n_{ij}) = \frac{(n_{12} - n_{21})^2}{n}, \quad (2)$$

$$M_{\text{кр}}(\alpha) = \chi^2(\alpha; 1), \quad (3)$$

где $\chi^2(\alpha; 1)$ – χ^2 – распределение с одной степенью свободы на уровне значимости α .

Относительно выборок $E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}$ и $E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}$ неравенство (1) выполняется, следовательно H_0 принимается. Это означает, что уровень математической подготовки студентов, измеряемый дихотомической шкалой, не изменяется за промежуток времени, равный трем или четырем семестрам. Учитывая, что размах шкалы достаточно большой, вызывает интерес проведение дополнительного исследования выборочных совокупностей результатов студентов, у которых не изменился уровень математической подготовки. В выборочных совокупностях $E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}$ и $E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}$ выделяются следующие малые выборки: $(E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3})_{11}$ и $(E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4})_{11}$ – результаты студентов, у которых сохранилось диффузно-рассеянное освоение знаний и умений; $(E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3})_{22}$ и $(E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4})_{22}$ – результаты студентов, у которых неизменным остается системное освоение знаний и умений. Балльные интервалы первого и второго уровней (таблица 1) разбиваются на следующие интервалы: (0–35) и (36–50) (подуровни первого уровня); (51–70) и (71–100) (подуровни второго уровня). Распределения отмеченных выше малых выборок по подуровням представлены в таблицах 5, 6.

Таблица 5

Распределения малых выборок $(E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3})_{11}$ и $(E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3})_{22}$

$(E_{2010}^{1-3})_{11}$		Баллы		Σ	$(E_{2010}^{1-3})_{22}$		Баллы		Σ
		0–35	36–50				51–70	71–100	
Баллы	0–35	14	11	25	Баллы	51–70	23	7	30
	36–50	16	22	38		71–100	5	2	7
	Σ	30	33	63		Σ	28	9	37

Таблица 6

Распределения малых выборок $(E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4})_{11}$ и $(E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4})_{22}$

$(E_{2010}^{1-4})_{11}$		Баллы		Σ	$(E_{2010}^{1-4})_{22}$		Баллы		Σ
		0–35	36–50				51–70	71–100	
Баллы	0–35	8	5	13	Баллы	51–70	18	19	37
	36–50	7	22	29		71–100	6	9	15
	Σ	15	27	42		Σ	24	28	52

Относительно каждой из четырех малых выборок формулируются основные гипотезы H_0 о том, что нет динамики математической подготовки студентов (НД), так как $N-n$ больше и n_{12} и n_{21} во всех этих случаях (таблица 7). В гипотезах H_1 фиксируется предположение о том, что в малых выборках $(E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3})_{11}$ и $(E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4})_{11}$ имеет место отрицательная динамика математической подготовки студентов (Д↓), так как n_{21} больше n_{12} , а в малых выборках

$\left(E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}\right)_{22}$ и $\left(E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}\right)_{22}$ – положительная динамика (Д↑), так как n_{12} больше n_{21} (таблица 7). Проверка гипотез H_0 и H_1 также осуществляется на уровне значимости $\alpha = 0,05$.

Таблица 7

Показатели проверки гипотез о динамике распределений в малых выборках

Малые выборки	n_{12}	n_{21}	n	$N-n$	H_0	H_1	$M_{\text{набл}}(n_{ij})$	$M_{\text{кр}}(0,05)$
$\left(E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}\right)_{11}$	11	16	27	36	НД	Д↓	0,93	3,84
$\left(E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}\right)_{22}$	7	5	12	25	НД	Д↑	0,193	0,025
$\left(E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}\right)_{11}$	5	7	12	30	НД	Д↓	0,193	0,025
$\left(E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}\right)_{22}$	19	6	25	27	НД	Д↑	6,76	3,84

В малых выборках $\left(E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}\right)_{11}$ и $\left(E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}\right)_{22}$ величина $n > 20$, следовательно, значения $M_{\text{набл}}(n_{ij})$ и $M_{\text{кр}}(\alpha)$ вычисляются по формулам (2) и (3) соответственно. Относительно малой выборки $\left(E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}\right)_{11}$ принимается гипотеза H_0 , так как выполняется неравенство (1). Относительно малой выборки $\left(E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}\right)_{22}$ принимается гипотеза H_1 , так как неравенство (1) не выполняется.

В малых выборках $\left(E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}\right)_{22}$ и $\left(E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}\right)_{11}$ величина $n < 20$, следовательно, значения $M_{\text{набл}}(n_{ij})$ и $M_{\text{кр}}(\alpha)$ рассматриваются как вероятности и вычисляются формулам

$$M_{\text{набл}} = P(m, n) = C_n^m 0,5^n, \quad (4)$$

$$M_{\text{кр}} = \alpha/2, \quad (5)$$

где $m = \min\{n_{12}; n_{21}\}$; C_n^m – число сочетаний по m элементов n элементного множества.

Относительно малых выборок $\left(E_{2010}^{1-3} F_{2011}^{1-3}\right)_{22}$ и $\left(E_{2010}^{1-4} F_{2012}^{1-4}\right)_{11}$ принимаются гипотезы H_1 , так как неравенство (1) не выполняется. Применение статистических методов исследования динамики математической подготовки студентов в сочетании с дифференцированным подходом к организации учебного процесса позволяет преподавателю выявлять наиболее и наименее эффективные компоненты используемого дидактического и методического сопровождения по дисциплине «Математика». Проведение статистического анализа результатов контрольно-измерительных процедур на промежуточных этапах изучения вузовского курса математики предоставляет возможность оперативно определять направления динамики освоения учебного материала различными группами студентов и своевременно вносить необходимые корректировки в дидактическое и методическое сопровождение учебного процесса.

Список литературы

1. Аналитический отчет по результатам ЕГЭ (математика). Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ). – URL : <http://www.fipi.ru> (дата обращения: 05.02.2013).
2. Афанасьев В.В., Сивов М.А. Математическая статистика в педагогике : учеб. пособие / под науч. ред. д-ра ист. наук, проф. М.В. Новикова. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 2010. – 76 с. – ISBN 978-5-87555-366-0.
3. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям. – СПб. : Наука, 2001. – 295 с. – ISBN 5-02-024919-X.
4. Грабарь М.И., Краснянская К.А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы. – М. : Педагогика, 1977. – 136 с.
5. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях. Типовые случаи. – М. : МЗ–Пресс, 2004. – 68 с. – ISBN 5-94073-073-6.
6. Савельев Б.А., Масленников А.С. Оценка уровня обученности студентов в целях аттестации образовательного учреждения профессионального образования : учеб. пособие. – Йошкар-Ола : Центр государственной аккредитации, 2004. – 84 с.
7. Спецификация контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена по математике. – URL : <http://www.fipi.ru> (дата обращения: 06.02.2013).
8. Теория статистики с основами теории вероятностей : учеб. пособие для вузов / И.И. Елисеева, В.С. Князевский, Л.И. Ниворожкина, З.А. Морозова; под ред. И.И. Елисеевой. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 446 с.
9. Тестовые материалы студентам вуза (дисциплина «Математика»). Федеральный интернет-экзамен в сфере профессионального образования. – URL : <http://www.fepo.ru> (дата обращения: 17.01.2013).

Рецензенты:

Тимофеева Г.А., д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующая кафедрой «Высшая и прикладная математика» Уральского государственного университета путей сообщения (УрГУПС), г. Екатеринбург.

Титов С.С., д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика и техническая графика» Уральской государственной архитектурно-художественной академии (УрГАХА), г. Екатеринбург.