

ПРОГРАММА
Федерального интернет-экзамена
для выпускников бакалавриата и специалитета (ФИЭБ)

Направление подготовки
01.03.01 Математика

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Федеральный интернет-экзамен для выпускников бакалавриата и специалитета (ФИЭБ) – внешняя независимая оценка качества подготовки бакалавров и специалистов.

Цель ФИЭБ – оценка индивидуальных результатов освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) на соответствие требованиям Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) по направлениям подготовки бакалавриата и специальностям.

ФИЭБ проводится в вузах – базовых площадках в оборудованных компьютерами аудиториях в режиме online. Продолжительность экзамена составляет 180 минут.

В рамках ФИЭБ студент получает экзаменационный билет, состоящий из двух частей. Экзаменационный билет представлен педагогическими измерительными материалами (ПИМ) в тестовой форме.

Первая часть ПИМ представляет собой полидисциплинарное тестирование. В первой части студенту предлагается 20 тестовых заданий по определенному перечню дисциплин (предметных полей). Для определения конкретных дисциплин (предметных полей), которые войдут в этот перечень, студенту необходимо самостоятельно осуществить выбор дисциплин (предметных полей) из предложенного списка. Должно быть выбрано не менее **4 дисциплин (предметных полей) из предложенных**. Комплект заданий первой части ПИМ формируется методом случайной выборки.

Вторая часть ПИМ включает междисциплинарные кейс-задания, которые соответствуют **типам задач профессиональной деятельности**, определенным в актуализированном с профессиональными стандартами Федеральном государственном образовательном стандарте по данному направлению подготовки (уровень высшего образования – бакалавриат). Кейс-задание представлено общим фрагментом, в котором обозначена практико-ориентированная ситуация, и заданиями в тестовой форме, выполняя которые студент демонстрирует готовность к решению задач профессиональной деятельности в соответствии с конкретным типом. Общий фрагмент может содержать дополнительные материалы – документы в виде файлов для скачивания и последующей работы с ними. Студенту необходимо самостоятельно выбрать **3 типа задач профессиональной деятельности ФГОС** в соответствии с программой экзамена по направлению подготовки, ориентируясь на конкретную ОПОП, по которой он завершает обучение.

Результаты ФИЭБ оцениваются следующим образом. Каждое правильно выполненное задание первой части позволяет набрать студенту 2 балла. Результаты выполнения первой части ПИМ оцениваются с учетом частично выполненных заданий. Максимальное количество баллов, которое может получить студент, правильно выполнивший задания первой части, составляет **40 баллов**. Максимальное количество баллов за правильное выполнение конкретной подзадачи междисциплинарного кейса устанавливается с учетом его сложности. Правильно выполненные кейс-задания второй части ПИМ позволяют набрать студенту **60 баллов**. За верное выполнение всех заданий экзаменационного билета (ПИМ) можно получить максимально **100 баллов**.

Часть 1 ПИМ

Студенту предлагается 20 тестовых заданий по определенному перечню дисциплин (предметных полей). Студентом должно быть выбрано **не менее 4 дисциплин** (предметных полей) из предложенных.

Дискретная математика

Элементы теории множеств. Отношения

Понятие о множестве. Принадлежность элемента множеству. Способы задания множеств. Основные операции над множествами. Мощность множества и число подмножеств любого множества.

Булева алгебра

Булевы функции n -аргументов. СКНФ, СДНФ. Элементарные преобразования булевых выражений. Минимизация булевых функций с помощью карт Карно. Функционально полные наборы и базисные наборы. Комбинационные схемы.

Логические исчисления

Логические связи. Высказывания. Логическое следование и логическая эквивалентность. Формальные теории. Выводимость. Полнота, независимость и разрешимость. Исчисление высказываний. Исчисление предикатов. Теоремы Гёделя о неполноте.

Элементы комбинаторики

Размещения с повторениями. Размещения без повторений. Перестановки без повторений. Перестановки с повторениями. Основные правила комбинаторики. Теорема о включениях и исключениях. Сочетания без повторений. Сочетания с повторениями. Свойства чисел сочетаний.

Теория графов

Базовые понятия теории графов. Эквивалентные определения дерева. Формула Кэли. Планарные графы. Формула Эйлера. Унициклические графы. Эйлеровы циклы. Гамильтоновы циклы.

Основы теории кодирования

Алфавитное кодирование. Таблицы кодов. Разделимые схемы. Префиксные схемы. Минимизация длины кода сообщения. Цена кодирования. Оптимальное кодирование. Криптография. Модулярная арифметика. Шифрование с открытым ключом.

Список литературы

1. Андерсон, Дж. Дискретная математика и комбинаторика / Дж. Андерсон. – М. : Вильямс, 2016. – 960 с.
2. Белоусов, А. И. Дискретная математика : учеб. / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев. – М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. – 744 с.
3. Борзунов, С. В. Задачи по дискретной математике : учеб. пособие / С. В. Борзунов, С. Д. Кургалин. – 2-е изд, испр. – СПб. : БХВ-Петербург, 2016. – 528 с.
4. Гаврилов, Г. П. Задачи и упражнения по дискретной математике / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. – М. : Физматлит, 2009. – 416 с.
5. Гашков, С. Б. Дискретная математика : учеб. и практикум для академического бакалавриата / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 448 с.
6. Иванов, Б. Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс / Б. Н. Иванов. – М. : Известия, 2011. – 512 с.
7. Кольман, Э. Занимательная логика / Э. Кольман, О. Зих. – М. : Вузовская книга, 2014. – 94 с.
8. Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов : учеб. / Ф. А. Новиков. – 2-е изд, испр. – СПб. : Питер, 2009. – 384 с.
9. Хаггарти, Р. Дискретная математика для программистов / Р. Хаггарти. – 2-е изд, испр. – М. : Техносфера, 2018. – 400 с.

10. Яблонский, С. В. Введение в дискретную математику : учеб. пособие / С. В. Яблонский. – 6-е изд, стер. – М. : Высшая школа, 2009. – 384 с.

Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения первого порядка

Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Общая теория дифференциальных уравнений

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши. Зависимость решения задачи Коши от исходных данных. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.

Линейные уравнения и системы линейных уравнений

Фундаментальные системы решений. Общие решения однородных и неоднородных уравнений. Метод Эйлера. Метод неопределенных коэффициентов. Метод вариации произвольных постоянных.

Задачи Коши и краевые задачи

Задача Коши для линейного уравнения. Задача Коши для системы линейных уравнений первого порядка. Краевая задача для уравнения второго порядка. Задача на собственные значения.

Динамические системы и теория устойчивости

Траектории линейных динамических систем на плоскости. Устойчивость, асимптотическая устойчивость и неустойчивость решений.

Уравнения с частными производными первого порядка

Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Независимые первые интегралы. Задача Коши для уравнений с частными производными первого порядка.

Уравнения с частными производными второго порядка

Классификация уравнений в частных производных второго порядка (эллиптический, параболический, гиперболический типы). Классические уравнения (уравнения Лапласа, уравнения Пуассона, уравнения теплопроводности, уравнения колебаний), постановки краевых задач и задач Коши для данных уравнений. Метод Фурье. Формула Даламбера и формула Пуассона.

Список литературы

1. Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений /И. Г. Петровский. – М. : ЛИБРОКОМ, 2017. – 237 с.
2. Тихонов, А. Н. Дифференциальные уравнения : учеб. / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. – 4-е изд. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 256 с.
3. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. – М. : ЛЕНАНД, 2015. – 237 с.
4. Эльсгольц, Л. Э. Вариационное исчисление : учеб. / Л. Э. Эльсгольц. – М. : ЛКИ, 2019. – 205 с.
5. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения : учеб. / Л. Э. Эльсгольц. – М. : ЛКИ, 2019. – 312 с.

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

Элементы линейной алгебры

Определители. Операции над матрицами. Ранг матрицы. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Квадратичные формы

Элементы векторной алгебры

Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов

Аналитическая геометрия на плоскости

Прямоугольные координаты на плоскости. Полярные координаты. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка.

Аналитическая геометрия в пространстве

Прямоугольные координаты в пространстве. Плоскость в пространстве. Прямая линия в пространстве. Поверхности второго порядка.

Линейные (векторные) пространства

Определение линейного пространства. Базис и размерность линейного пространства. Линейные отображения. Линейные операторы.

Список литературы

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учеб. /Д. В. Беклемишев. – 13-е изд., исправ. – СПб. : Лань, 2015. – 445 с.
2. Геворкян, П. С. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб. / П. С. Геворкян. – 2-е изд. – М. : Физматлит, 2014. – 208 с.
3. Ильин, В. А. Линейная алгебра : учеб. / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – 6-е изд. – М. : Физматлит, 2014. – 280 с.
4. Ильин, В. А. Аналитическая геометрия : учеб. / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – 8-е изд. – М. : Физматлит, 2017. – 224 с.
5. Карчевский, Е. М. Лекции по линейной алгебре и аналитической геометрии [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский. – Электрон. дан. – СПб. : Лань, 2018. – 424 с.
6. Рудык, Б. М. Линейная алгебра : учеб. пособие / Б. М. Рудык. – М. : ИНФРА-М, 2014. – 318 с.
7. Шершнева, В. Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии : учеб. пособие / В. Г. Шершнева. – М. : ИНФРА-М, 2014. – 168 с.

Математический анализ

Теория пределов

Множества и функции. Числовые последовательности. Предел функции. Непрерывность функции, точки разрыва.

Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Производные первого порядка. Производные высших порядков. Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной. Дифференциалы и теоремы дифференцируемых функций

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Частные производные первого порядка. Частные производные высших порядков. Полный дифференциал. Производная по направлению и градиент.

Интегральное исчисление

Основные методы интегрирования. Свойства определенного интеграла. Методы вычисления определенного интеграла. Приложения определенного интеграла. Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы.

Ряды

Числовые ряды. Степенные ряды. Ряд Тейлора (Маклорена). Тригонометрические ряды Фурье.

Элементы комплексного анализа

Комплексные числа и их представление. Операции над комплексными числами, заданными в алгебраической форме. Операции над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме. Области на комплексной плоскости. Определение функции комплексного переменного. Дифференцирование функции комплексного переменного.

Список литературы

1. Битюков, Ю. И. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами. В 2 ч. Ч. 2 : учеб. пособие / Ю. И. Битюков, А. Н. Ильина, Я. Г. Мартюшова. – М. : Физматлит, 2015. – 308 с.
2. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Ч. 1. В 2 кн. Кн. 1 : учеб. для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – 4-е изд., пер. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 324 с.
3. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Ч. 1. В 2 кн. Кн. 2 : учеб. для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – 4-е изд., пер. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 315 с.
4. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Ч. 2 : учеб. для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – 3-е изд. – М. : Юрайт, 2018. – 357 с.
5. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. В 2 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды : учеб. / Л. Д. Кудрявцев. – 4-е изд. М. : Физматлит, 2015. – 308 с.
6. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. В 2 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных. Гармонический анализ : учеб. / Л. Д. Кудрявцев. – 3-е изд. – М. : Физматлит, 2010. – 424 с.
7. Фигтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. В 2 ч. Ч. 1 : учеб. / Г. М. Фигтенгольц. – 11-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2019. – 444 с.

Теория вероятностей и математическая статистика

Основные понятия и теоремы теории вероятностей

Определения вероятностей. Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность и формулы Байеса.

Дискретные случайные величины

Закон распределения вероятностей одномерной дискретной случайной величины. Функция распределения вероятностей дискретной случайной величины. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины. Биномиальный закон распределения вероятностей. Распределение Пуассона.

Непрерывные случайные величины

Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальное распределение.

Многомерные случайные величины

Законы распределения вероятностей двумерных дискретных случайных величин. Условные законы распределения вероятностей двумерных дискретных случайных величин. Функции случайных аргументов. Ковариация и корреляция.

Закон больших чисел и центральная предельная теорема. Случайные процессы

Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Локальная формула Лапласа. Интегральная формула Лапласа. Матрица переходных вероятностей состояний цепи Маркова. Вероятности состояний цепи Маркова.

Статистическое распределение выборки

Вариационный ряд. Полигон и гистограмма. Характеристики вариационного ряда. Эмпирическая функция распределения.

Статистические оценки параметров распределения

Точечная оценка математического ожидания. Точечная оценка дисперсии. Интервальная оценка математического ожидания. Интервальная оценка среднего квадратического отклонения. Точность интервальной оценки. Надежность интервальной оценки.

Корреляционный анализ и статистические гипотезы

Выборочные коэффициенты корреляции и регрессии. Линейная регрессия. Статистические гипотезы. Критическая область, область принятия гипотезы. Проверка гипотез о дисперсиях. Проверка гипотез о математических ожиданиях. Критерий согласия Пирсона.

Список литературы

1. Боровков, А. А. Математическая статистика : учеб. / А. А. Боровков. – 4-е изд., стер. – СПб., М., Краснодар : Лань, 2010. – 704 с.
2. Боровков, А. А. Теория вероятностей : учеб. пособие для вузов по направлениям 010100 «Математика» / А. А. Боровков. – 5-е изд., суц. перераб. и доп. – М. : Эдиториал УРСС, 2009. – 656 с.
3. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. и практикум для академического бакалавриата / А. А. Васильев. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 253 с.
4. Ватутин, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах : учеб. пособие для вузов / В. А. Ватутин [и др.]. – М. : ЛЕНАНД, 2014. – 303 с.
5. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Юрайт, 2018. – 479 с.
6. Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятностей : учеб. / Б. В. Гнеденко. – 10-е изд., доп. – М. : Либроком, 2011. – 488 с.
7. Ивашев-Мусатов, О. С. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. и практикум для академического бакалавриата / О. С. Ивашев-Мусатов. – 3-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 224 с.
8. Ивченко, Г. И. Математическая статистика : учеб. / Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев. – М. : ЛИБРОКОМ, 2014. – 352 с.
9. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями : учеб. для прикладного бакалавриата / Ю. Я. Кацман. – М. : Юрайт, 2018. – 130 с.
10. Теория вероятностей : учеб. / Р. Ш. Хуснутдинов. – М. : ИНФРА-М, 2013. – 175 с.

Численные методы

Интерполирование и приближение функций

Постановка задачи приближения функций. Интерполирование алгебраическими многочленами. Формулы Лагранжа и Ньютона для интерполяционного многочлена. Остаточный член интерполяционной формулы. Многочлены Чебышева. Минимизация остаточного члена интерполирования. Интерполяционный многочлен Эрмита. Интерполяционный кубический сплайн. Элемент наилучшего среднеквадратичного приближения. Метод наименьших квадратов.

Численное интегрирование и дифференцирование

Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы Ньютона – Котеса. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, квадратурные формулы Симпсона. Ортогональные полиномы. Квадратурные формулы Гаусса и их основные свойства. Построение формул численного дифференцирования на основе интерполирования. Простейшие формулы численного дифференцирования. Вычислительная погрешность формул численного дифференцирования.

Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Метод Гаусса и условия его применимости. Метод Гаусса с выбором главного элемента. Матрица отражения и ее свойства. Метод отражения. LU-разложение матрицы. Метод Холесского (квадратного корня). Вычисление обратной матрицы и определителя.

Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Определение и примеры норм векторов и матриц. Каноническая форма двухслойного итерационного метода, необходимое и достаточные условия его сходимости. Методы Якоби и Зейделя. Метод релаксации. Итерационные методы вариационного типа. Метод наискорейшего спуска.

Задачи на собственные значения и решение нелинейных уравнений

Степенной метод и метод обратных итераций со сдвигом определения группы собственных чисел и векторов матриц. Метод вращения (метод Якоби) определения всех собственных чисел и векторов симметричной матрицы. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений и условия его сходимости. Понятие о методах высокого порядка точности. Метод деления отрезка пополам, метод Ньютона и секущих решений нелинейных уравнений.

Методы решения дифференциальных уравнений

Формулировка методов Рунге – Кутты решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Семейство методов Рунге – Кутты второго порядка. Явные (экстраполяционные) и неявные (интерполяционные) методы Адамса решения задачи Коши для систем ОДУ. Интегро-интерполяционный метод (метод баланса) построения разностной схемы для краевой задачи для ОДУ второго порядка. Метод прогонки. Явная и неявная разностная схема решения одномерного уравнения теплопроводности. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области конечно-разностным методом.

Список литературы

1. Бахвалов, Н. С. Численные методы : учеб. пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков; Московский гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. – 8-е изд. (эл.). – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 639 с.
2. Марчук, Г. И. Методы вычислительной математики : учеб. пособие / Г. И. Марчук. – СПб. : Лань, 2009. – 608 с.
3. Самарский, А. А. Введение в численные методы : учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. – 3-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2005. – 288 с.
4. Численные методы в задачах и упражнениях : учеб. пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков; под ред. В. А. Садовниченко. – 4-е изд. (эл.). – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 243 с.
5. Численные методы : учеб. и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.]; под ред. У. Г. Пирумова. – 5-е изд., пер. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 421 с.

Часть 2 ПИМ

Студенту предлагаются междисциплинарные кейс-задания, которые соответствуют типам задач профессиональной деятельности, определенным актуализированным в соответствии с профессиональными стандартами Федеральным государственным образовательным стандартом по данному направлению подготовки бакалавра. При формировании заданий части 2 ПИМ *не учитывается перечень дисциплин (предметных полей)*, которые выбрал студент для полидисциплинарного тестирования в части 1 ПИМ.

Студентом должно быть **выбрано 3 типа задач профессиональной деятельности ФГОС** в соответствии с программой экзамена по направлению подготовки, ориентируясь на конкретную ОПОП, по которой он завершает обучение.

Типы задач профессиональной деятельности, определенные Федеральным государственным образовательным стандартом по данному направлению подготовки бакалавриата¹:

«1.12. В рамках освоения программы бакалавриата выпускники могут готовиться к решению задач профессиональной деятельности следующих типов:

- педагогический;
- научно-исследовательский;
- организационно-управленческий;
- проектный.»

¹ Приказ Министерства науки и высшего образования РФ от 10 января 2018 г. N 8 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика". С изменениями и дополнениями от: 26 ноября 2020 г., 8 февраля 2021 г., 19 июля 2022 г. (Зарегистрировано в Минюсте РФ 6 февраля 2018 г. Регистрационный N 49941) [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://ivo.garant.ru/#/document/71873258/paragraph/1:0>