

**ПРОГРАММА**  
**Федерального интернет-экзамена**  
**для выпускников бакалавриата (ФИЭБ)**  
**Направление подготовки 01.03.01 Математика**  
**Уровень высшего образования**  
**БАКАЛАВРИАТ**

Федеральный интернет-экзамен для выпускников бакалавриата (ФИЭБ) – внешняя независимая оценка качества подготовки бакалавров.

Цель ФИЭБ – оценка индивидуальных результатов освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) на соответствие требованиям Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) по направлениям подготовки бакалавриата.

ФИЭБ проводится в вузах – базовых площадках в оборудованных компьютерами аудиториях в режиме online. Продолжительность экзамена составляет 180 минут.

В рамках ФИЭБ студент получает экзаменационный билет, состоящий из двух частей. Экзаменационный билет представлен педагогическими измерительными материалами (ПИМ) в тестовой форме.

**Первая часть ПИМ** представляет собой полидисциплинарное тестирование. В первой части студенту предлагается 20 тестовых заданий по определенному перечню дисциплин (предметных полей). Для определения конкретных дисциплин (предметных полей), которые войдут в этот перечень, студенту необходимо самостоятельно осуществить выбор дисциплин (предметных полей) из предложенного списка. Должно быть **выбрано не менее 4 дисциплин (предметных полей) из предложенных**. Комплект заданий первой части ПИМ формируется методом случайной выборки.

**Вторая часть ПИМ** включает междисциплинарные кейс-задания, которые соответствуют видам профессиональной деятельности, определенным в Федеральном государственном образовательном стандарте по данному направлению подготовки (уровень высшего образования – бакалавриат). Кейс-задание представлено общим фрагментом, в котором обозначена практикоориентированная ситуация, и заданиями в тестовой форме, выполняя которые студент демонстрирует готовность к решению профессиональных задач в соответствии с конкретным видом профессиональной деятельности. Общий фрагмент может содержать дополнительные материалы – документы в виде файлов для скачивания и последующей работы с ними. Студенту необходимо самостоятельно **выбрать 3 вида профессиональной деятельности ФГОС** в соответствии с программой экзамена по направлению подготовки, ориентируясь на конкретную ОПОП, по которой он завершает обучение.

Результаты ФИЭБ оцениваются следующим образом. Каждое правильно выполненное задание первой части позволяет набрать студенту 2 балла. Результаты выполнения первой части ПИМ оцениваются с учетом частично выполненных заданий. Максимальное количество баллов, которое может получить студент, правильно выполнивший задания первой части, составляет **40 баллов**. Максимальное количество баллов за правильное выполнение конкретной подзадачи междисциплинарного кейса устанавливается с учетом его сложности. Правильно выполненные кейс-задания второй части ПИМ позволяют набрать студенту **60 баллов**. За верное выполнение всех заданий экзаменационного билета (ПИМ) можно получить максимально **100 баллов**.

## Часть 1 ПИМ

Студенту предлагается 20 тестовых заданий по определенному перечню дисциплин (предметных полей). Студентом должно быть выбрано **не менее 4 дисциплин** (предметных полей) из предложенных.

### Дискретная математика

#### Элементы теории множеств. Отношения

Понятие о множестве. Принадлежность элемента множеству. Способы задания множеств. Основные операции над множествами. Мощность множества и число подмножеств любого множества.

#### Булева алгебра

Булевы функции  $n$ -аргументов. СКНФ, СДНФ. Элементарные преобразования булевых выражений. Минимизация булевых функций с помощью карт Карно. Функционально полные наборы и базисные наборы. Комбинационные схемы.

#### Логические исчисления

Логические связки. Высказывания. Логическое следование и логическая эквивалентность. Формальные теории. Выводимость. Полнота, независимость и разрешимость. Исчисление высказываний. Исчисление предикатов. Теоремы Гёделя о неполноте.

#### Элементы комбинаторики

Размещения с повторениями. Размещения без повторений. Перестановки без повторений. Перестановки с повторениями. Основные правила комбинаторики. Теорема о включениях и исключениях. Сочетания без повторений. Сочетания с повторениями. Свойства чисел сочетаний.

#### Теория графов

Базовые понятия теории графов. Эквивалентные определения дерева. Формула Кэли. Планарные графы. Формула Эйлера. Унициклические графы. Эйлеровы циклы. Гамильтоновы циклы.

#### Основы теории кодирования

Алфавитное кодирование. Таблицы кодов. Разделимые схемы. Префиксные схемы. Минимизация длины кода сообщения. Цена кодирования. Оптимальное кодирование. Криптография. Модулярная арифметика. Шифрование с открытым ключом.

### Список литературы

1. Андерсон, Дж. Дискретная математика и комбинаторика / Дж. Андерсон. – М. : Вильямс, 2016. – 960 с.
2. Белоусов, А. И. Дискретная математика : учеб. / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев. – М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. – 744 с.
3. Борзунов, С. В. Задачи по дискретной математике : учеб. пособие / С. В. Борзунов, С. Д. Кургалин. – 2-е изд, испр. – СПб. : БХВ-Петербург, 2016. – 528 с.
4. Гаврилов, Г. П. Задачи и упражнения по дискретной математике / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. – М. : Физматлит, 2009. – 416 с.
5. Гашков, С. Б. Дискретная математика : учеб. и практикум для академического бакалавриата / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 448 с.
6. Иванов, Б. Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс / Б. Н. Иванов. – М. : Известия, 2011. – 512 с.
7. Кольман, Э. Занимательная логика / Э. Кольман, О. Зих. – М. : Вузовская книга, 2014. – 94 с.

- Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов : учеб. / Ф. А. Новиков. – 2-е изд, испр. – СПб. : Питер, 2009. – 384 с.
- Хаггарти, Р. Дискретная математика для программистов / Р. Хаггарти. – 2-е изд. испр. – М. : Техносфера, 2018. – 400 с.
- Яблонский, С. В. Введение в дискретную математику : учеб. пособие / С. В. Яблонский. – 6-е изд, стер. – М. : Высшая школа, 2009. – 384 с.

## **Дифференциальные уравнения**

### **Дифференциальные уравнения первого порядка**

Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

### **Общая теория дифференциальных уравнений**

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши. Зависимость решения задачи Коши от исходных данных. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.

### **Линейные уравнения и системы линейных уравнений**

Фундаментальные системы решений. Общие решения однородных и неоднородных уравнений. Метод Эйлера. Метод неопределенных коэффициентов. Метод вариации произвольных постоянных.

### **Задачи Коши и краевые задачи**

Задача Коши для линейного уравнения. Задача Коши для системы линейных уравнений первого порядка. Краевая задача для уравнения второго порядка. Задача на собственные значения.

### **Динамические системы и теория устойчивости**

Траектории линейных динамических систем на плоскости. Устойчивость, асимптотическая устойчивость и неустойчивость решений.

### **Уравнения с частными производными первого порядка**

Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Независимые первые интегралы. Задача Коши для уравнений с частными производными первого порядка.

### **Уравнения с частными производными второго порядка**

Классификация уравнений в частных производных второго порядка (эллиптический, параболический, гиперболический типы). Классические уравнения (уравнения Лапласа, уравнения Пуассона, уравнения теплопроводности, уравнения колебаний), постановки краевых задач и задач Коши для данных уравнений. Метод Фурье. Формула Даламбера и формула Пуассона.

## **Список литературы**

- Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И. Г. Петровский. – М. : ЛИБРОКОМ, 2017. – 237 с.
- Тихонов, А. Н. Дифференциальные уравнения : учеб. / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. – 4-е изд. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 256 с.
- Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. – М. : ЛЕНАНД, 2015. – 237 с.
- Эльсгольц, Л. Э. Вариационное исчисление : учеб. / Л. Э. Эльсгольц. – М. : ЛКИ, 2019. – 205 с.
- Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения : учеб. / Л. Э. Эльсгольц. – М. : ЛКИ, 2019. – 312 с.

## **Линейная алгебра и аналитическая геометрия**

### **Элементы линейной алгебры**

Определители. Операции над матрицами. Ранг матрицы. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Квадратичные формы

### **Элементы векторной алгебры**

Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов

### **Аналитическая геометрия на плоскости**

Прямоугольные координаты на плоскости. Полярные координаты. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка.

### **Аналитическая геометрия в пространстве**

Прямоугольные координаты в пространстве. Плоскость в пространстве. Прямая линия в пространстве. Поверхности второго порядка.

### **Линейные (векторные) пространства**

Определение линейного пространства. Базис и размерность линейного пространства. Линейные отображения. Линейные операторы.

## **Список литературы**

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учеб. / Д. В. Беклемишев. – 13-е изд., исправ. – СПб. : Лань, 2015. – 445 с.
2. Геворкян, П. С. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб. / П. С. Геворкян. – 2-е изд. – М. : Физматлит, 2014. – 208 с.
3. Ильин, В. А. Линейная алгебра : учеб. / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – 6-е изд. – М. : Физматлит, 2014. – 280 с.
4. Ильин, В. А. Аналитическая геометрия : учеб. / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – 8-е изд. – М. : Физматлит, 2017. – 224 с.
5. Карчевский, Е. М. Лекции по линейной алгебре и аналитической геометрии [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский. – Электрон. дан. – СПб. : Лань, 2018. – 424 с.
6. Рудык, Б. М. Линейная алгебра : учеб. пособие / Б. М. Рудык. – М. : ИНФРА-М, 2014. – 318 с.
7. Шершнева, В. Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии : учеб. пособие / В. Г. Шершнева. – М. : ИНФРА-М, 2014. – 168 с.

## **Математический анализ**

### **Теория пределов**

Множества и функции. Числовые последовательности. Предел функции. Непрерывность функции, точки разрыва.

### **Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

Производные первого порядка. Производные высших порядков. Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной. Дифференциалы и теоремы о дифференцируемых функциях

### **Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

Частные производные первого порядка. Частные производные высших порядков. Полный дифференциал. Производная по направлению и градиент.

### **Интегральное исчисление**

Основные методы интегрирования. Свойства определенного интеграла. Методы вычисления определенного интеграла. Приложения определенного интеграла. Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы.

### **Ряды**

Числовые ряды. Степенные ряды. Ряд Тейлора (Маклорена). Тригонометрические ряды Фурье.

### **Элементы комплексного анализа**

Комплексные числа и их представление. Операции над комплексными числами, заданными в алгебраической форме. Операции над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме. Области на комплексной плоскости. Определение функции комплексного переменного. Дифференцирование функции комплексного переменного.

### **Список литературы**

1. Битюков, Ю. И. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами. В 2 ч. Ч. 2 : учеб. пособие / Ю. И. Битюков, А. Н. Ильина, Я. Г. Мартюшова. – М. : Физматлит, 2015. – 308 с.
2. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Ч. 1. В 2 кн. Кн. 1 : учеб. для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – 4-е изд., пер. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 324 с.
3. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Ч. 1. В 2 кн. Кн. 2 : учеб. для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – 4-е изд., пер. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 315 с.
4. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Ч. 2 : учеб. для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – 3-е изд. – М. : Юрайт, 2018. – 357 с.
5. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. В 2 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды : учеб. / Л. Д. Кудрявцев. – 4-е изд. М. : Физматлит, 2015. – 308 с.
6. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. В 2 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных. Гармонический анализ : учеб. / Л. Д. Кудрявцев. – 3-е изд. – М. : Физматлит, 2010. – 424 с.
7. Фигтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. В 2 ч. Ч. 1 : учеб. / Г. М. Фигтенгольц. – 11-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2019. – 444 с.

### **Теория вероятностей и математическая статистика**

#### **Основные понятия и теоремы теории вероятностей**

Определения вероятностей. Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность и формулы Байеса.

#### **Дискретные случайные величины**

Закон распределения вероятностей одномерной дискретной случайной величины. Функция распределения вероятностей дискретной случайной величины. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины. Биномиальный закон распределения вероятностей. Распределение Пуассона.

#### **Непрерывные случайные величины**

Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Числовые

характеристики непрерывной случайной величины. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальное распределение.

### **Многомерные случайные величины**

Законы распределения вероятностей двумерных дискретных случайных величин. Условные законы распределения вероятностей двумерных дискретных случайных величин. Функции случайных аргументов. Ковариация и корреляция.

### **Закон больших чисел и центральная предельная теорема. Случайные процессы**

Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Локальная формула Лапласа. Интегральная формула Лапласа. Матрица переходных вероятностей состояний цепи Маркова. Вероятности состояний цепи Маркова.

### **Статистическое распределение выборки**

Вариационный ряд. Полигон и гистограмма. Характеристики вариационного ряда. Эмпирическая функция распределения.

### **Статистические оценки параметров распределения**

Точечная оценка математического ожидания. Точечная оценка дисперсии. Интервальная оценка математического ожидания. Интервальная оценка среднего квадратического отклонения. Точность интервальной оценки. Надежность интервальной оценки.

### **Корреляционный анализ и статистические гипотезы**

Выборочные коэффициенты корреляции и регрессии. Линейная регрессия. Статистические гипотезы. Критическая область, область принятия гипотезы. Проверка гипотез о дисперсиях. Проверка гипотез о математических ожиданиях. Критерий согласия Пирсона.

### **Список литературы**

1. Боровков, А. А. Математическая статистика : учеб. / А. А. Боровков. – 4-е изд., стер. – СПб., М., Краснодар : Лань, 2010. – 704 с.
2. Боровков, А. А. Теория вероятностей : учеб. пособие для вузов по направлениям 010100 «Математика» / А. А. Боровков. – 5-е изд., суц. перераб. и доп. – М. : Эдиториал УРСС, 2009. – 656 с.
3. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. и практикум для академического бакалавриата / А. А. Васильев. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 253 с.
4. Ватугин, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах : учеб. пособие для вузов / В. А. Ватугин [и др.]. – М. : ЛЕНАНД, 2014. – 303 с.
5. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М. : Юрайт, 2018. – 479 с.
6. Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятностей : учеб. / Б. В. Гнеденко. – 10-е изд., доп. – М. : Либроком, 2011. – 488 с.
7. Ивашев-Мусатов, О. С. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. и практикум для академического бакалавриата / О. С. Ивашев-Мусатов. – 3-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2018. – 224 с.
8. Ивченко, Г. И. Математическая статистика : учеб. / Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев. – М. : ЛИБРОКОМ, 2014. – 352 с.
9. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями : учеб. для прикладного бакалавриата / Ю. Я. Кацман. – М. : Юрайт, 2018. – 130 с.
10. Теория вероятностей : учеб. / Р. Ш. Хуснутдинов. – М. : ИНФРА-М, 2013. – 175 с.

## Численные методы

### Интерполирование и приближение функций

Постановка задачи приближения функций. Интерполирование алгебраическими многочленами. Формулы Лагранжа и Ньютона для интерполяционного многочлена. Остаточный член интерполяционной формулы. Многочлены Чебышева. Минимизация остаточного члена интерполирования. Интерполяционный многочлен Эрмита. Интерполяционный кубический сплайн. Элемент наилучшего среднеквадратичного приближения. Метод наименьших квадратов.

### Численное интегрирование и дифференцирование

Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы Ньютона – Котеса. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, квадратурные формулы Симпсона. Ортогональные полиномы. Квадратурные формулы Гаусса и их основные свойства. Построение формул численного дифференцирования на основе интерполирования. Простейшие формулы численного дифференцирования. Вычислительная погрешность формул численного дифференцирования.

### Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Метод Гаусса и условия его применимости. Метод Гаусса с выбором главного элемента. Матрица отражения и ее свойства. Метод отражения. LU-разложение матрицы. Метод Холесского (квадратного корня). Вычисление обратной матрицы и определителя.

### Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Определение и примеры норм векторов и матриц. Каноническая форма двухслойного итерационного метода, необходимое и достаточные условия его сходимости. Методы Якоби и Зейделя. Метод релаксации. Итерационные методы вариационного типа. Метод наискорейшего спуска.

### Задачи на собственные значения и решение нелинейных уравнений

Степенной метод и метод обратных итераций со сдвигом определения группы собственных чисел и векторов матриц. Метод вращения (метод Якоби) определения всех собственных чисел и векторов симметричной матрицы. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений и условия его сходимости. Понятие о методах высокого порядка точности. Метод деления отрезка пополам, метод Ньютона и секущих решений нелинейных уравнений.

### Методы решения дифференциальных уравнений

Формулировка методов Рунге – Кутты решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Семейство методов Рунге – Кутты второго порядка. Явные (экстраполяционные) и неявные (интерполяционные) методы Адамса решения задачи Коши для систем ОДУ. Интегро-интерполяционный метод (метод баланса) построения разностной схемы для краевой задачи для ОДУ второго порядка. Метод прогонки. Явная и неявная разностная схема решения одномерного уравнения теплопроводности. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области конечно-разностным методом.

### Список литературы

1. Бахвалов, Н. С. Численные методы : учеб. пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков; Московский гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. – 8-е изд. (эл.). – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 639 с.
2. Марчук, Г. И. Методы вычислительной математики : учеб. пособие / Г. И. Марчук. – СПб. : Лань, 2009. – 608 с.
3. Самарский, А. А. Введение в численные методы : учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. – 3-е изд., стер. – СПб. : Лань, 2005. – 288 с.

4. Численные методы в задачах и упражнениях: учеб. пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков; под ред. В. А. Садовниченко. – 4-е изд. (эл.). – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 243 с.
5. Численные методы: учеб. и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.]; под ред. У. Г. Пирумова. – 5-е изд., пер. и доп. – М.: Юрайт, 2018. – 421 с.



## Часть 2 ПИМ

Студенту предлагаются междисциплинарные кейс-задания, которые соответствуют видам профессиональной деятельности, определенным в федеральном государственном стандарте по данному направлению подготовки бакалавра. При формировании заданий части 2 ПИМ *не учитывается перечень дисциплин (предметных полей)*, которые выбрал студент для полидисциплинарного тестирования в части 1 ПИМ.

Студент должен **выбрать 3 вида профессиональной деятельности ФГОС** в соответствии с программой экзамена по направлению подготовки, ориентируясь на конкретную ОПОП, по которой он завершает обучение.

Виды профессиональной деятельности и профессиональные задачи, определенные Федеральным государственным образовательным стандартом по данному направлению подготовки бакалавриата<sup>1</sup>:

«4.4. Выпускник, освоивший программу бакалавриата, в соответствии с видом (видами) профессиональной деятельности, на который (которые) ориентирована программа бакалавриата, должен быть готов решать следующие профессиональные задачи:

**научно-исследовательская деятельность:**

применение основных понятий, идей и методов фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач;

решение математических проблем, соответствующих направленности (профилю) образования, возникающих при проведении научных и прикладных исследований;

подготовка обзоров, аннотаций, составление рефератов и библиографии по тематике проводимых исследований;

участие в работе семинаров, конференций и симпозиумов, оформление и подготовка публикаций по результатам проводимых научно-исследовательских работ;

**производственно-технологическая деятельность:**

использование математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований или производственной деятельности;

применение численных методов решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности;

сбор и обработка данных с использованием современных методов анализа информации и вычислительной техники;

**организационно-управленческая деятельность:**

применение математических методов экономики, актуарно-финансового анализа и защиты информации;

создание эффективных систем внедрения в практику результатов научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ;

применение методов теории вероятностей и математической статистики для принятия решений в условиях неопределенности;

**педагогическая деятельность:**

преподавание физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных и профессиональных образовательных организациях;

разработка методического обеспечения учебного процесса в общеобразовательных и профессиональных образовательных организациях».

---

<sup>1</sup> Приказ Министерства образования и науки РФ от 7 августа 2014 г. № 943 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.01 Математика (уровень бакалавриата)» (Зарегистрировано в Минюсте России 25 августа 2014 г. N 33774) – Режим доступа : <http://ivo.garant.ru/#/document/70734734/paragraph/1:0>